Stand maths et littérature

Question orange

Le graphe représenté sur la feuille est un graphe complet i.e. possédant *n* sommets tous reliés deux à deux par une arête, ici n=5.
Un graphe complet a pour propriété d'être hamiltonien i.e il posséde au moins un cycle passant par tous les sommets une et une seule fois.
On peut trouver plusieurs tels chemins, celui qui a un sens est celui qui donne le message caché qui est le suivant : Surtout, sors.
Ce pentagone a été utilisé par Jacques Roubaud dans son livre intitulé « Parc Sauvage ».

Questions bleues

Question 1 :

La troisième strophe est
Chanter
Danser
Rire.

En effet si on code les strophes avec des chiffres, le passage de la première strophe à la seconde est donné par le processus suivant : le premier mot est remplacé par le troisième, le second par le premier et le troisième par le second. On peut le coder ainsi :
1->3
2->1
3->2.
Pour obtenir la troisième strophe on applique à nouveau ce processus à la seconde et on obtient :
3->2
1->3
2->1.

Question 2 :

Si on recommence on obtient
2->1
3->2
1->3 et on retrouve la première strophe.
On voit qu'on a permuté les trois lettres en suivant le chemin :
1->3->2->1, avant de revenir sur 1 on a appliqué 3 fois le processus, on dit qu'on a un chemin de longueur 3 ou un cycle de longueur 3.

Question 3 :

On utilise le même codage avec des chiffres que pour résoudre la question précédente, on voit que le premier mot est remplacé par le sixième, le second par le premier, le troisième par le cinquième, le quatrième par le second, le cinquième par le quatrième et le sixième par le troisième.
1->6
2->1
3->5
4->2

5->4
6->3

Le chemin à suivre est donc 1->6->3->5->4->2->1, on remarque qu'avant de revenir sur 1 on applique 6 fois le processus, on dit que c'est un cycle de longueur 6.

En recommençant 6 fois de suite on obtient les strophes suivantes :
6->3->5->4->2->1
1->6->3->5->4->2
5->4->2->1->6->3
2->1->6->3->5->4
4->2->1->6->3->5
3->5->4->2->1->6.
Au bout de 6 fois on retrouve la première strophe.

Pour le second exemple on a :
1->3
2->5
3->4
4->1
5->6
6->2
le chemin à suivre se coupe donc en deux 1->3->4->1 , 2->5->6->2. On remarque que ces deux sous-chemins sont tous les deux de longueur 3, il faudra donc appliquer 3 fois le processus pour revenir à la strophe de départ.

Question 4 :

Rappelons les deux processus :

1 ->3	1 ->6
2 ->1	2 ->1
3 ->2	3 ->5
	4 ->2
	5 ->4
	6 ->3

D'une part, on a à chaque fois un cycle, de longueur 3 dans le premier cas, de longueur 6 dans le second.
D'autre part, on remarque que dans les deux cas on a
1->n
2i->i
n-> (n+1)/2 +1 si n est impair n/2 si n pair.
On a donc pour l'instant
1->9
2->1
4->2
6->3
8->4
9->5
Il reste à trouver les images de 3, 5, 7 qui peuvent prendre pour valeurs 6, 7,8.
Si 3 ->6 alors comme 6 donne 3 on n'aura pas un cycle de longueur 9 (pour avoir un cycle de longueur 9 il faut qu'on retombe sur la valeur initiale au bout de 9 tours or si 3->6 et 6->3, on a 3-

>6->3 au bout de deux tours).
Si 3->7, 5->8, 7->6, alors on a
1->9->5->8->4->2->1, i.e un cycle de longueur 6, ce qui ne convient pas non plus.
On a donc 3->8.
7 ->7 est impossible (cycle de longueur 0), donc le choix finalement est
7->8
5->7.

On a
1->**9** **1->6** **1->3**
2->**1** **2-> 1** **2->1**
3->**8** **3-> 5** **3->2**
4->**2** **4-> 2**
5->**7** **5-> 4**
6->**3** **6->3**
7->**6**
8->**4**
9->**5.**

Avec ce nouvel exemple on remarque qu'on a une suite décroissante d'entiers en rouge et une suite croissante d'entiers en vert, on applique ce processus, on obtient
pour n impair:
1->n
2->1
3->n-1
4->2
….
n-1->(n-1)/2
n->(n+1)/2
pour n pair
1->n
2->1
…
n-1->n/2+1
n->n/2.

Vous trouverez plus de détails et les liens avec la littérature dans le document de Michèle Audin
*www-irma.u-strasbg.fr/~m**audin**/ExposeRennes.pdf*