

## Coloriage de cartes et théorème des quatre couleurs

Le but de l'atelier était de colorier une carte de l'Europe en affectant à chaque pays une couleur de manière à ce que *deux pays voisins ne soient jamais de la même couleur*, et ceci avec le moins de couleurs possible.

Historiquement, cette question a été soulevée dès 1852 par l'anglais Francis Guthrie qui se l'est posée en regardant la carte d'Angleterre. Les mathématiciens l'ont reformulée pour lui donner une portée plus générale : si l'on dessine sur une feuille de papier un ensemble de « régions » qui se touchent par des frontières, on peut appeler cela une carte (il s'agit donc d'une carte fictive, pas de la carte d'une zone que l'on trouvera sur la Terre...) et se demander si n'importe quelle carte de ce genre peut être coloriée avec 2, ou 3, ou 4, ou... couleurs. On pourrait imaginer qu'il existe des cartes qui nécessitent un très grand nombre de couleurs pour pouvoir être coloriées avec la règle que deux pays voisins aient toujours des couleurs différentes.

On constate très rapidement que 2 couleurs ne suffisent presque jamais. En essayant avec 3 couleurs, on finit par se rendre compte que ce n'est pas non plus suffisant en général : par exemple, considérons la région composée par la France, la Belgique, l'Allemagne et, enserré entre ces trois pays, le Luxembourg. N'importe lequel de ces quatre pays touche les trois autres, et on en déduit facilement que 4 couleurs sont nécessaires pour colorier cette région : en effet, si on colorie le Luxembourg en bleu, puis la Belgique en vert, alors l'Allemagne, qui touche les deux pays précédents, doit être coloriée d'une troisième couleur, disons en rouge ; alors la France, qui touche les trois précédents, ne peut être coloriée ni en bleu, ni en vert, ni en rouge.



On a su montrer assez rapidement que 5 couleurs permettent toujours de colorier une carte ; ce n'est pas évident ! Les mathématiciens pensaient qu'en fait 4 couleurs suffisaient, et cette question restée ouverte a été baptisée « problème des 4 couleurs ». Ce problème est resté longtemps résolu. Finalement, en 1976, les Américains Kenneth Appel et Wolfgang Haken ont montré qu'on pouvait ramener le coloriage de n'importe quelle carte au coloriage de 1478 configurations particulières. À l'aide d'un ordinateur, ils ont montré que chacune de ces configurations particulières pouvait être coloriées avec 4 couleurs, prouvant ainsi le « théorème des 4 couleurs ». C'était la première fois que la preuve d'un résultat mathématique utilisait de manière cruciale l'aide d'un ordinateur, et cela a suscité de vifs débats. Nous invitons les lecteurs à consulter la page Wikipedia consacrée à ce sujet :

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me\\_des\\_quatre\\_couleurs](http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_des_quatre_couleurs)