

Les Zombies corrigés

1 Questions 1, 2 et 3

Sur une grille $n \times n$, où n est nombre entier quelconque, il suffit de poser n zombies pour que les zombies finissent par occuper toute la grille. On peut les poser sur la diagonale, mais il y a d'autres possibilités par exemple (sur une grille 7×7) :

Z		Z		Z		Z
Z						
Z						
Z						

2 Questions 4 et 5

À chaque étape une case saine pour devenir contaminée doit avoir au moins deux côtés en commun avec la frontière de la zone occupée par les zombies et a donc au plus deux côtés qui ne sont pas dans la frontière de la zone occupée par les zombies.

Ainsi lorsqu'à chaque étape on adjoint une nouvelle case à la zone occupée par les zombies, celle-ci voit sa frontière perdre au moins 2 arêtes alors qu'elle en gagne au plus 2. Au final la longueur de la frontière ne peut pas augmenter.

Maintenant si au départ on a posé 8 zombies sur une grille 9×9 , la zone occupée par les zombies est constituée de 8 cases. La longueur de sa frontière est donc inférieure à $32 = 4 \times 8$ (une case a 4 côtés de longueur 1). À l'issue du processus de contamination, la zone occupée par les zombies a donc une frontière de longueur inférieure à 32. Mais le périmètre de notre grille 9×9 est égal à $36 = 4 \times 9$. Puisque $36 > 32$ on conclut que 8 zombies (ou moins) ne peuvent suffire à envahir toute la grille.